

ĐỀ CƯƠNG HÌNH HỌC LỚP 10

HỆ THỨC LƯỢNG GIÁC TRONG TAM GIÁC VÀ GIẢI TAM GIÁC

CHƯƠNG III PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

I. LÝ THUYẾT

1. Các vấn đề về hệ thức lượng trong tam giác

a. Các hệ thức lượng trong tam giác:

Cho tam giác ABC có BC = a, AC = b, AB = c, trung tuyến AM = m_a , BM = m_b ,

CM = m_c

Định lý cosin:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A; \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B; \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

Hệ quả:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \quad \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \quad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Định lý sin:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad (\text{với } R \text{ là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC})$$

b. Độ dài đường trung tuyến của tam giác:

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}; \quad m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4} \quad m_c^2 = \frac{2(b^2 + a^2) - c^2}{4}.$$

c. Các công thức tính diện tích tam giác:

$$\bullet \quad S = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} bh_b = \frac{1}{2} ch_c \quad S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C = \frac{1}{2} bc \cdot \sin A = \frac{1}{2} ac \cdot \sin B$$
$$S = \frac{abc}{4R} \quad S = pr \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{với } p = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

2. Phương trình đường thẳng

* Để viết được phương trình đường thẳng dạng tham số cần phải biết được Tọa độ 1 điểm và 1 vector chỉ phương

* Để viết được phương trình đường thẳng dạng tổng quát cần biết được tọa độ 1 điểm và 1 vector pháp tuyến

a. Phương trình tham số của đường thẳng Δ :

$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases} \text{ với } M(x_0; y_0) \in \Delta \text{ và } \vec{u} = (u_1; u_2) \text{ là vectơ chỉ phương (VTCP)}$$

b. Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ : $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$ hay $ax + by + c = 0$

(với $c = -ax_0 - by_0$ và $a^2 + b^2 \neq 0$) trong đó $M(x_0; y_0) \in \Delta$ và $\vec{n} = (a; b)$ là vectơ pháp tuyến (VTPT)

c. Khoảng cách từ một điểm $M(x_0; y_0)$ đến đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ được tính theo công thức : $d(M; \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

d. Vị trí tương đối của hai đường thẳng :

$$\Delta_1 = a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad \text{và} \quad \Delta_2 = a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

$$\Delta_1 \text{ cắt } \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}; \text{ Tọa độ giao điểm của } \Delta_1 \text{ và } \Delta_2 \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}; \quad \Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad (\text{với } a_2, b_2, c_2 \text{ khác } 0)$$

3. Đường tròn

a. Phương trình đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính R có dạng :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \quad (1)$$

hay $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \quad (2)$ với $c = a^2 + b^2 - R^2$

• Với điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$ thì phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính R

• Đường tròn (C) tâm $I(a; b)$ bán kính R tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: \alpha x + \beta y + \gamma = 0$ khi và chỉ khi : $d(I; \Delta) = \frac{|\alpha.a + \beta.b + \gamma|}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} = R$

▸ Δ cắt $(C) \Leftrightarrow d(I; \Delta) < R$

▸ Δ không có điểm chung với $(C) \Leftrightarrow d(I; \Delta) > R$

▸ Δ tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I; \Delta) = R$

b. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn

Dạng 1: Điểm A thuộc đường tròn

Dạng 2: Điểm A không thuộc đường tròn

Dạng 3: Biết phương trình tiếp tuyến của đường tròn vuông góc hay song song với 1 đường thẳng nào đó

II. BÀI TẬP

1. Hệ thức lượng trong tam giác

Bài 1: Cho $\triangle ABC$ có $A = 60^\circ$, cạnh $CA = 8\text{cm}$, cạnh $AB = 5\text{cm}$

- a) Tính BC b) Tính diện tích $\triangle ABC$ c) Xét xem góc B tù hay nhọn?
b) Tính độ dài đường cao AH e) Tính R

Bài 2: Cho $\triangle ABC$ có $a = 13\text{cm}$, $b = 14\text{cm}$, $c = 15\text{cm}$

- a) Tính diện tích $\triangle ABC$ b) Góc B tù hay nhọn? Tính B
c) Tính bán kính R, r d) Tính độ dài đường trung tuyến m_b

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ có $a = 13\text{cm}$, $b = 14\text{cm}$, $c = 15\text{cm}$

- a) Tính diện tích $\triangle ABC$ b) Góc B tù hay nhọn? Tính B
c) Tính bán kính đường tròn R, r d) Tính độ dài đường trung tuyến

Bài 4: Tính độ dài m_a , biết rằng $b = 1$, $c = 3$, $BAC = 60^\circ$

2. Phương trình đường thẳng

Bài 1: Lập phương trình tham số và tổng quát của đường thẳng (Δ) biết:

- a) (Δ) qua M $(-2; 3)$ và có VTPT $\vec{n} = (5; 1)$ b) (Δ) qua M $(2; 4)$ và có VTCP $\vec{u} = (3; 4)$

Bài 2: Lập phương trình đường thẳng (Δ) biết: (Δ) qua M $(2; 4)$ và có hệ số góc $k = 2$

Bài 3: Cho 2 điểm A $(3; 0)$ và B $(0; -2)$. Viết phương trình đường thẳng AB.

Bài 4: Cho 3 điểm A $(-4; 1)$, B $(0; 2)$, C $(3; -1)$

- a) Viết pt các đường thẳng AB, BC, CA
b) Gọi M là trung điểm của BC. Viết pt tham số của đường thẳng AM
c) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A và tâm đường tròn ngoại tiếp Δ

Bài 5: Viết phương trình tổng quát, phương trình tham số của đường thẳng trong mỗi trường hợp sau:

- a. Đi qua A $(1; -2)$ và song song với đường thẳng $2x - 3y - 3 = 0$.
b. Đi qua hai điểm M $(1; -1)$ và N $(3; 2)$.
c. Đi qua điểm P $(2; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $x - y + 5 = 0$.

Bài 6: Cho tam giác ABC có: A $(3; -5)$, B $(1; -3)$, C $(2; -2)$. Viết phương trình đường thẳng

- a) đường thẳng AB, AC, BC

- b) Đường thẳng qua A và song song với BC
- c) Trung tuyến AM và đường cao AH của tam giác ABC
- d) Đường trung trực của BC
- a) Tìm tọa độ điểm A' là chân đường cao kẻ từ A trong tam giác ABC
- b) Tính khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng AB. Tính diện tích tam giác ABC

Bài 7: Viết phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình lần lượt là: $13x - 7y + 11 = 0, 19x + 11y - 9 = 0$ và điểm $M(1; 1)$.

Bài 8: Lập phương trình đường thẳng (Δ) biết: (Δ) qua A (1; 2) và song song với đường thẳng $x + 3y - 1 = 0$

Bài 9: Trong mặt phẳng tọa độ cho tam giác với M (-1; 1) là trung điểm của một cạnh, hai cạnh kia có phương trình là: $x + y - 2 = 0, 2x + 6y + 3 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác.

Bài 10: Lập phương trình của đường thẳng (d) trong các trường hợp sau:

a) (d) qua M (1; -2) và vuông góc với đt $\Delta: 3x + y = 0$.

b) (d) qua gốc tọa độ và vuông góc với đt $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + t \end{cases}$

Bài 11: Viết pt đường thẳng đi qua gốc tọa độ và cách điểm M(3; 4) một khoảng lớn nhất.

Bài 12: Cho đường thẳng d : $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - t \end{cases}$, t là tham số. Hãy viết phương trình tổng quát của d.

Bài 13: Xét vị trí tương đối của mỗi cặp đường thẳng sau:

a) $d_1: 2x - 5y + 6 = 0$ và $d_2: -x + y - 3 = 0$ b) $d_1: -3x + 2y - 7 = 0$ và $d_2: 6x - 4y - 7 = 0$

c) $d_1: \begin{cases} x = -1 - 5t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = -6 + 5t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$ d) $d_1: 8x + 10y - 12 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = -6 + 5t \\ y = 6 - 4t \end{cases}$

Bài 14: Tính góc giữa hai đường thẳng

a) $d_1: 2x - 5y + 6 = 0$ và $d_2: -x + y - 3 = 0$ b) $d_1: 8x + 10y - 12 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = -6 + 5t \\ y = 6 - 4t \end{cases}$

c) $d_1: x + 2y + 4 = 0$ và $d_2: 2x - y + 6 = 0$

Bài 15: Cho điểm M(1; 2) và đường thẳng d: $2x - 6y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' đi qua M và hợp với d một góc 45° .

Bài 16: Viết pt đường thẳng đi qua gốc tọa độ và tạo với đt Ox một góc 60° .

Bài 17: Cho 2 điểm M(2; 5) và N(5; 1). Viết phương trình đường thẳng d đi qua M và cách điểm N một khoảng bằng 3.

Bài 18: Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ và cách điểm M(1; 2) một khoảng bằng 2.

3. Đường tròn

Bài 1: Trong các phương trình sau, phương trình nào biểu diễn đường tròn? Tìm tâm và bán kính nếu có:

a) $x^2 + 3y^2 - 6x + 8y + 100 = 0$

b) $2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y - 2 = 0$

c) $(x - 5)^2 + (y + 7)^2 = 15$

d) $x^2 + y^2 + 4x + 10y + 15 = 0$

Bài 2: Viết phương trình đường tròn trong các trường hợp sau:

a) Tâm I(2; 3) có bán kính 4

b) Tâm I(2; 3) đi qua gốc tọa độ

c) Đường kính là AB với A(1; 1) và B(5; -5)

d) Tâm I(1; 3) và đi qua điểm A(3; 1)

Bài 3: a) Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A(2; 0); B(0; -1) và C(-3; 1)

b) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC với A(2; 0); B(0; 3) và C(-2; 1)

Bài 4: a) Viết phương trình đường tròn tâm I(1; 2) và tiếp xúc với đường thẳng D: $x - 2y - 2 = 0$

b) Viết phương trình đường tròn tâm I(3; 1) và tiếp xúc với đường thẳng D: $3x + 4y + 7 = 0$

Bài 5: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \end{cases}$ và đường tròn (C): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$

Bài 6: a) Viết phương trình đường tròn đi qua A(1; 1), B(0; 4) và có tâm \in đường thẳng d: $x - y - 2 = 0$

b) Viết phương trình đường tròn đi qua A(2; 1), B(-4; 1) và có bán kính R=10

c) Viết phương trình đường tròn đi qua A(3; 2), B(1; 4) và tiếp xúc với trục Ox

d) Cho I(2; -2). Viết phương trình đường tròn tâm I và tiếp xúc với d: $x + y - 4 = 0$

Bài 7: a) Lập phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) : $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 36$ tại điểm $M_0(4; 2)$ thuộc đường tròn.

b) Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) : $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 13$ tại điểm M thuộc đường tròn có hoành độ bằng $x_0 = 2$.

c) Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) : $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3 = 0$ và đi qua điểm M(2; 3)

Bài 8: Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm A(1; 3)

a) Chứng minh rằng A nằm ngoài đường tròn (C) kẻ từ A

b) Viết pt tiếp tuyến của

b) Viết pt tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng (d): $3x - 4y + 1 = 0$

Bài 9: Trong mặt phẳng Oxy, hãy lập phương trình của đường tròn (C) có tâm là điểm (2; 3) và thỏa mãn điều kiện sau:

- a. (C) có bán kính là 5.
- b. (C) đi qua gốc tọa độ O.
- c. (C) tiếp xúc với trục Ox.
- d. (C) tiếp xúc với trục Oy.
- e. (C) tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 4x + 3y - 12 = 0$.

Bài 10: Cho ba điểm A(1; 4), B(-7; 4), C(2; -5).

- a. Lập phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC.
- b. Tìm tâm và bán kính của (C).

Bài 11: Cho đường tròn (C) đi qua điểm A(-1; 2), B(-2; 3) và có tâm ở trên đt $\Delta: 3x - y + 10 = 0$.

- a. Tìm tọa độ của (C).
- b. Tìm bán kính R của (C).
- c. Viết phương trình của (C)